

## НОВІ ГЕОГРАФО-МАТЕМАТИЧНІ КОНЦЕПЦІЇ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ШКІДЛИВИХ ДОМІШОК В АТМОСФЕРІ

Ю.Я. Бунякова, к.геогр.н.

Одеський державний екологічний університет,  
вул. Львівська, 15, 65016 Одеса, Україна, [yubunyak@mail.ru](mailto:yubunyak@mail.ru)

В задачах моделювання процесів поширення шкідливих домішок в атмосфері промислових міст та прогнозування еволюційної динаміки зроблено якісний огляд нових концептуальних підходів, що базується на основі положень теорії хаосу, теорії динамічних систем, фрактальній геометрії, аналізі показників Ляпунова та інших. Коротко охарактеризовані основні ідеї перелічених підходів з акцентом на аналіз часових рядів концентрацій шкідливих речовин в атмосфері, а також наданий аналіз, який показує, що хаотичний режим часової еволюції характеристик детерміністичних динамічних систем, зокрема, прикладних екологічних систем, є, по суті, нелінійним явищем, який не можливо описати на основі класично лінійних регулярно-динамічних моделей.

**Ключові слова:** динамічна система, нелінійний аналіз, фазовий простір, теорія хаосу, задача моделювання процесів поширення шкідливих домішок в атмосфері

### 1. ВСТУП

В останнє десятиліття у зв'язку з розвитком теорій стохастичних динамічних систем і теорії хаосу стає актуальним використання методів цих теорій у задачах прикладної екології, метеорології, гідрології, соціально-економічної географії тощо. У цьому контексті до числа перспективних напрямків досліджень треба віднести використання нелінійних фізико-статистичних методів (методи мультифрактального моделювання, теорії хаосу й оптимального керування, якісної теорії диференціальних рівнянь та ін.) і розвиток на їхній основі принципово нових підходів до моделювання просторово-часової структури полів концентрації домішок в атмосфері. Особливо перспективним з погляду не тільки аналізу, але й прогнозування є розробка моделей аналізу й прогнозу на основі фундаментальних положень теорії хаосу. У сучасній теорії стохастичних динамічних систем часовий ряд розглядається як реалізація випадкового процесу, коли випадковість є результатом складного руху з багатьма незалежними степенями вільності. Альтернативою випадковості є феномен хаосу, що може мати місце як у найпростіших детерміністичних системах, так і в досить складних стохастичних системах. Строго показано, що хаотичний режим у детерміністичних динамічних системах є також, по суті, нелінійним явищем.

При цьому фундаментальну роль відіграє притаманна всім хаотичним системам властивість радикальної зміни динаміки системи у фазовому просторі залежно від зміни початкових умов.

Для так званих дисипативних систем їхня динаміка реалізується в обмеженій області фазового простору станів, зазвичай званого дивним аттрактором. При

цьому для часових характеристик динамічних змінних аттракторних систем виявляється характерним фактично стохастичний режим. Лоренц [1] спробував стосовно до метеорологічних завдань досліджувати

чутливість атмосферної системи до змін початкових умов на прикладі простої нелінійної моделі з урахуванням елементів конвекції.

Аттрактор Лоренца розрахований на основі усього трьох степенів вільності – три звичайних диференціальних рівняння, три константи й три початкові умови.

Однак, незважаючи на свою простоту, система Лоренца поводить себе псевдовипадковим (хаотичним) чином. Змоделювавши свою систему на комп'ютері, Лоренц виявив причину її хаотичного поведіння – різницю в початкових умовах. Навіть мікроскопічне відхилення двох систем на самому початку в процесі еволюції призводило до експонентного накопичення похибок і відповідно до їх стохастичних розбіжностей. Найважливішим висновком подібних досліджень став доказ істотної ролі нелінійної взаємодії й аналіз можливостей (точніше неможливості) прогнозування істотно хаотичних систем.

Хоча хаос установлює фундаментальне обмеження на довгостроковий прогноз (це твердження одержало назву парадокса Лоренца), він може використовуватися для короткострокового прогнозу: дані, що виглядають випадковими, можуть містити в собі прості детерміністичні взаємозв'язки, що мають тільки кілька степенів вільності. Ці обставини багато в чому прояснили, чому добре розроблені лінійні методи, що традиційно широко застосовуються в прикладній математиці й численних додатках в області фізико-математичних, географічних та інших наук, виявилися вкрай наближеними й неадекватними у вивченні динаміки хаотичних динамічних систем. Враховуючи,

що в основному системи гідрометеорології, екології тощо відносяться до хаотичного типу, стає зрозумілим, що їхній адекватний опис повинен базуватися на методах аналізу й моделювання хаотичних систем, які замінюють традиційні лінійні методи. В даній роботі ми надамо якісний огляд нових концептуальних підходів, що базується на основі положень теорії хаосу, теорії динамічних систем, фрактальної геометрії, аналізу показників Ляпунова та інших, в задачах моделювання процесів поширення шкідливих домішок в атмосфері промислових міст та прогнозування еволюційної динаміки зроблено якісний

## 2. АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ПОЛОЖЕНЬ І МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕНЬ

Паралельно з теорією хаосу, спочатку як окремих напрямків, а потім в органічному зв'язку з феноменом хаосу розвивався апарат фрактального й мультифрактального моделювання. Хоча фактично уявлення про фрактали було введено ще наприкінці XIX століття, тільки в 70-х роках XX сторіччя Мандельброт [2] явно визначив фрактальні об'єкти як об'єкти із властивостями самоподібності. В теорії хаосу згадані вище дивні аттрактори фактично являють собою мультифрактальні об'єкти з відповідними геометричними структурами у фазовому просторі. Однак спроби опису таких складних систем методами лінійного аналізу виявилися безуспішними. Наприклад, проста скалярна нелінійна система, відома під назвою логістичного відображення й використана для моделювання біологічних популяцій [3], дає в результаті часовий ряд із такою ж самою автокореляційною функцією, що і у білого шуму. Аналогічні результати отримані при аналізі ряду екологічних і еволюційних моделей. Тому виникає запитання: чим же відрізняються хаотичні й стохастичні системи? Відповісти на нього коротко зовсім непросто (див. [4]), хоча можна прийняти положення про те, що хаотичними є низькорозмірні системи з позитивними значеннями так званих показників Ляпунова.

За останні два десятиліття з'явилася безліч досліджень у різних галузях науки, у яких положення теорії хаосу й фракталів застосовувалися до різних динамічних систем. В той же час, вивчення хаотичних режимів у часових рядах концентрацій забруднюючих речовин у край нечисленні, а результати цих досліджень не є однозначними. У статті Ланфреді й Маччіато [5] наведені результати моделювання часової динаміки трьох складових атмосферного повітря (NO<sub>2</sub>, CO, O<sub>3</sub>), однак, автори не змогли визначити наявність у відповідних часових рядах елементів низькорозмірного хаосу. В статті Челані [6] наведені результати моделювання часової динаміки концент-

рацій пилу, що демонструють ефект низькорозмірного хаосу, однак для прогнозу автор використовував метод штучних нейронних мереж. У наших роботах [7–9], а також у роботах [10–16] показано, що застосування нелінійних методів в задачах аналізу й у певному сенсі прогнозування динаміки флуктуацій концентрації домішок в атмосфері у принципі може забезпечити високий ступінь вірогідності опису і прогнозу.

Розглянемо більш детально використаний нами новий кількісний підхід до моделювання динаміки розподілу забруднюючих речовин в атмосфері промислових міст і районів і відповідної оцінки впливу і прогнозування антропогенного навантаження на екологічний стан повітряного басейну промислового міста.

Виходячи з [17–20], попередньо відзначимо, що дослідження потенційно хаотичних екологічних систем (у нашому випадку динаміки розподілу забруднюючих речовин і шкідливих домішок у повітряному басейні промислових міст і районів) можна розділити на такі процедури: первинний аналіз і обробка екологічних даних, формулювання моделі аналізу й підготовка відповідних масивів даних по часових рядах і, у принципі, просторовому розподілу речовин, ідентифікація елементів хаотичного режиму у відповідних рядах екологічних даних, реконструкція фазового простору для системи просторово-часового розподілу концентрації речовин, класифікація часових рядів і, нарешті, побудова ефективної, максимально достовірної моделі прогнозу еволюції концентрацій забруднюючих речовин в атмосфері промислового міста.

Важливо підкреслити, що екологічна динамічна система є нелінійною, застосування лінійних методів аналізу, перетворення Фур'є й т.п. не завжди може дати задовільний результат, як у випадку лінійної системи. Пов'язано це з тим, що процеси, які призводять до хаотичного режиму, є фундаментально багатовимірними. Саме ці обставини є характерними для динаміки розподілу шкідливих домішок у повітряному басейні промислового міста. Тому очевидно є необхідність розв'язання вкрай складної в математичному аспекті задачі відновлення фазового простору системи.

Зазначені вище чотири процедури дуже важливі, тому що при їхній реалізації хаотичні системи відрізняються від стохастичних, а також визначаються ступінь вільності й комплексності екологічної системи. Грунтуючись на результатах реалізації цих процедур, далі порівняно легко можна реалізувати й ті, що залишилися. У світлі сказаного важливо підкреслити, що наступний нелінійний короткостроковий аналіз і прогноз еволюції концентрацій шкідливих домішок в атмосфері промислового міста, у принципі, можливий, однак, далеко не завжди часові ряди концентрацій інгредієнтів проявляють хаотичний режим, а для

деяких з них (стохастичних систем), більш раціонально використовувати класичні методи аналізу.

Почнемо виклад підходу з розгляду основної динамічної характеристики системи розподілу забруднюючих речовин в атмосфері промислового міста, а саме концентрації забруднюючих речовин. Спочатку слід розглядати шукану характеристику як функцію часового аргументу:  $s(t)$ . Оскільки, як правило, дані натурних спостережень представляються у вигляді масиву даних, дискретизованого по елементарному інтервалу часу (часу зняття показань, спостереження), можна визначити концентрацію як скалярну вимірювану величину  $s(t_0 + n\Delta t) = s(n)$ , де  $t_0$  – деякий початковий момент часу,  $\Delta t$  – часовий інтервал, через який здійснюється  $n$  вимірів,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Первинний аналіз і обробка екологічних даних, підготовка відповідних масивів даних по часових рядах  $i$ , у принципі, просторовому розподілу речовин являють собою добре відпрацьовані в екології процедури. Значно більшої складності є завдання ідентифікації в шуканих часових рядах концентрацій елементів хаосу. Для цього вирішується завдання відновлення на основі даних екологічних вимірів  $s(n)$  фазового простору системи, що має, у принципі, нескінченне число степенів вільності.

Доречно нагадати, що для динамічних систем прийнятним представленням розвитку процесу в часі є побудова «портрету» в фазовому просторі. Мова, по суті, йде про простір, координатами якого є змінні, у нашому випадку, екологічного стану. Нелінійна динамічна система зазвичай характеризується так званим дивним аттрактором. За визначенням, це множина, що притягує у фазовому просторі, у якому розташовані хаотичні траєкторії. Оскільки в основі фізичних механізмів поширення забруднюючих речовин в атмосфері, згідно загальноприйнятим (у тому числі, гідродинамічним) моделям, лежать дисипативні процеси, то припустимою стартовою гіпотезою є наближення про значно меншу розмірність геометричного аттрактору, на якому розташовуються виміряні значення концентрацій, ніж у розмірності реального простору станів. Це істотне спрощення дозволяє моделювати еволюцію станів динамічної системи безпосередньо на аттракторі, а не в повному оригінальному фазовому просторі, строго кажучи, з нескінченною розмірністю [17–23].

Зрозуміло, що в досліджуваній системі вірогідно реалізується феномен хаосу. Для класу завдань, що цікавить нас, про динаміку змін концентрацій забруднюючих речовин в атмосфері промислового міста, ця задача завжди має позитивне питання в силу фізичних аспектів зазначеної динаміки. Проте, для одержання точних кількісних результатів, на початковому етапі ми використовуємо процедуру виявлення наявності тесту в системі із шумом, описану в [21], що адапто-

вана нами до задачі про шкідливі домішки в атмосфері.

Відновлення фазового простору, у нашому випадку, динамічної характеристики – концентрації шкідливих домішок в атмосфері промислового міста, є фактично центральним завданням усього підходу й від її адекватного рішення залежить точність та якість і аналізу й прогнозу еволюції концентрації забруднюючих речовин у повітряному басейні. Відзначимо, що у своїй фундаментальній постановці основне завдання зводиться до процесу апроксимаційної реконструкції прямого вектора екологічних станів деяким адекватним набором  $d$ -мірних векторів  $u(n)$ . Останні є апроксимаційною заміною даних, отриманих у результаті натурних (емпіричних) вимірів концентрацій. Як фундаментальна основа шуканої апроксимації використовується комбінація динамічних уявлень про нелінійні системи й геометричне виявлення аттрактору в просторі станів на основі їхнього інформаційно-теоретичного змісту. Для подальшого рішення завдання про відновлення фазового простору станів екологічної системи зручним виявляється формалізм Паккарда [22], пов'язаний з використанням координат з часовою затримкою.

У випадку моделювання динаміки екологічних систем, використання показників Ляпунова виявляється вкрай ефективним у сенсі розуміння фізики процесу еволюції й прогностичності системи. Зрозуміло, при цьому глобальні й локальні розмірності Ляпунова розраховуються тільки на даних екологічних вимірів. У теорії хаосу спектр розмірностей Ляпунова зазвичай інтерпретується як міра впливу збурювань початкових умов динамічної системи відносно геофізичних і екологічних систем. З показниками розмірностей Ляпунова природно пов'язані й інші фундаментальні інваріанти динамічних систем, а саме: ентропія Колмогорова й розмірність аттрактору [23]. За визначенням, ентропія Колмогорова є середньою швидкістю, при якій інформація про стан не зберігається із часом. Інакше кажучи, можна говорити про ентропію Колмогорова як про своєрідну міру передбачуваності еволюції динамічної системи.

### 3. ВИСНОВКИ

Підсумовуючи вище сказане, можна стверджувати, що, незважаючи на наявність досить великої кількості підходів до моделювання забруднення атмосферного повітря шкідливими домішками, дотепер не створено типової загально визнаної моделі для інженерно-екологічних розрахунків структурно-функціональних перебудов систем у відповідь на зміну компонентного складу атмосфери. У цій ситуації із усього різноманіття структурно-функціональних показників екологічних систем доцільно вибрати показники, що задово-

льняють такі умови: екологічна істотність; економічна важливість; наявність моделі «вплив–відгук» і забезпеченість цієї моделі емпіричною інформацією. Це дозволяє зробити висновок про актуальність і важливість пошуку принципово нових нелінійних підходів, які адекватно відображають основні фізичні механізми в задачах моделювання стану забруднення повітряного басейну промислових міст і районів.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 1963, vol. 20, pp. 130–141.
- Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы: Пер. с англ. / Б. Мандельброт. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
- May R.M. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, 1976, vol. 261, pp. 459–467.
- Lichtenberg A.J., Liebermann M.A. *Regular and chaotic dynamics*. NY: Springer-Verlag, 1992. 482 с.
- Lanfredi M., Machhiato M. Searching for low dimensionality in air pollution time series. *Erophys. Lett.*, 1997, vol. 40, pp. 589–594.
- Chelani A.B. Predicting chaotic time series of PM10 concentration using artificial neural network. *Int. J. Environ. Stud.*, 2005. vol. 62, pp. 181–191.
- Бунякова Ю.Я. Новый подход в моделировании динамики загрязнения атмосферы промышленных городов (на примере Гданского региона) // Тези доповідей IX наукової конференції молодих вчених ОДЕКУ. – Одеса, 2009. – С.142.
- Глушков А.В. Хаос во временных рядах концентраций загрязняющих веществ в атмосфере: краткосрочный прогноз / А.В. Глушков, Н.С. Лобода, В.Н. Хохлов, Н.Г. Сербов, А.А. Свиноренко, Ю.Я. Бунякова // Вісник Одеського державного екологічного ун-ту. – 2008. – Вып.5. – С.225–235.
- Bunyakova Yu.Ya., Glushkov A.V., Dudinov A.A. Short-range forecast of atmospheric pollutants using non-linear prediction method. *Abstr. of the European Geosciences Union General Assembly 2011*, Vienna (Austria), 2011, pp. A3.4.
- Paluš M., Pelikán E., Eben K., Krejčíř P., Juruš P. Nonlinearity and prediction of air pollution. *Artificial neural nets and genetic algorithms*. Wien: Springer, 2001, pp. 473–476 (Eds: V. Kurkova, N.C. Steele, R. Neruda, M. Karny).
- Русов В.Д. Астрофизическая модель глобального климата земли / В.Д. Русов, А.В. Глушков, В.Н. Вашенко. – Київ: Наукова Думка, 2003. – 212 с.
- Rusov V.D., Glushkov A.V., Vaschenko V.N., Myhalus O.T., Bondartchuk Yu.A. et al. Galactic cosmic rays – clouds effect and bifurcation model of the earth global climate. Part 1. Theory. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. The Netherlands: Elsevier, 2010, vol.72, pp.498–508.
- Русов В.Д. О фрактальном механизме взаимосвязи между генезисом, размером и содержанием атмосферных аэрозолей в различных регионах Земли / [В.Д. Русов, В.Н. Павлович, Р. Илич, Р. Ячимович, Ю.А. Бондарчук и др.] // Український антарктичний журнал. – 2006. – № 4–5. – С. 137–159.
- Glushkov A.V., Loboda N.S., Khokhlov V.N. Neural networks & multi-fractal modelling the frustrated aquifer systems. “Underground” hydrology and global Earth angular momentum disbalance resources. *Water resources in Asia Pacific Region*. Kyoto (Japan), 2003, pp.1355–1358.
- Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Tsenenko I.A. Atmospheric teleconnection patterns and eddy kinetic energy content: wavelet analysis. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2004, vol.11, no.3, pp.285–293.
- Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Bunyakova Yu.Ya., Bykowszczenko N. Modelling air pollution field structure in the industrial city’s atmosphere: Correlation integral method and fractal dimension. *Geophysical Research Abstracts (Abstr. of the European Geosciences Union General Assembly 2006)*. Vienna (Austria), 2006, vol. 8, pp.00806.
- Khokhlov V.N., Glushkov A.V., Loboda N.S., Bunyakova Yu.Ya. Short-range forecast of atmospheric pollutants using non-linear prediction method. *Atmospheric Environment*. The Netherlands: Elsevier, 2008, vol.42, pp. 7284–7292.
- Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Loboda N.S., Bunyakova Yu.Ya. Modeling greenhouse gas concentration fields using chaos theory. *18 th. Intern. Symp. Transport and Air Pollution. May 18 – 19, 2010*. Dubendorf (Switzerland), pp.06.
- Бунякова Ю.Я. Структура поля загрязнения атмосферы промышленного города: стохастичность и эффекты хаоса / Ю.Я. Бунякова, А.В. Глушков, В.Н. Хохлов // Метеорология, климатология, гидрология. – Одесса, 2005 - Вып. 49. – С. 347–352.
- Глушков А.В. Хаос во временных рядах концентраций загрязняющих веществ в атмосфере (г. Одесса) / А.В. Глушков, Э.Н. Серга, Ю.Я. Бунякова // Вісник Одеського держ. екологічного ун-ту. – 2009. – Вып. 8. – С. 233–238.
- Gottwald G.A., Melbourne I. Testing for chaos in deterministic systems with noise. *Physica D*, 2005, vol. 212, pp. 100–110.
- Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., Shaw R.S. Geometry from a time series. *Phys. Rev. Lett.*, 1980, vol. 45, pp. 712–716.
- Песин Я.Б. Характеристические показатели Ляпунова и гладкая эргодическая теория // Успехи математических наук. – 1977. – Т. 32. – С. 55–112.

#### REFERENCES

- Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 1963, vol. 20, pp. 130–141.
- Mandelbrot B. *The Fractal geometry of nature: trans. engl.* Moscow: Institute of computer science, 2002. – 656 p. (In Russian).
- May R.M. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, 1976, vol. 261, pp. 459–467.
- Lichtenberg A.J., Liebermann M.A. *Regular and chaotic dynamics*. NY: Springer-Verlag, 1992. 482 с.
- Lanfredi M., Machhiato M. Searching for low dimensionality in air pollution time series. *Erophys. Lett.*, 1997, vol. 40, pp. 589–594.
- Chelani A.B. Predicting chaotic time series of PM10 concentration using artificial neural network. *Int. J. Environ. Stud.*, 2005. vol. 62, pp. 181–191.
- Bunyakova Y.Y. *Tezy dopovidei IX naukovoi konferentsii molodyh uchenyh ODEKU* [Abstracts of the IX Conference of Young Scientists of OSENU]. Odessa, 2009, pp. 142 (In Russian).
- Glushkov A.V., Loboda N.S., Khokhlov V.N., Serbov N.G., Svinarenko A.A., Burakova Y.Y. Chaos in a time series concentrations of pollutants in the atmosphere: short term forecast. *Visn. Odes. derž. ekol. univ. – Bulletin of Odessa state environmental university*, 2008, iss. 5, pp. 225–235 (In Russian).
- Bunyakova Yu.Ya., Glushkov A.V., Dudinov A.A. Short-range forecast of atmospheric pollutants using non-linear prediction method. *Abstr. of the European Geosciences Union General Assembly 2011*, Vienna (Austria), 2011, pp. A3.4.
- Paluš M., Pelikán E., Eben K., Krejčíř P., Juruš P. Nonlinearity and prediction of air pollution. *Artificial neural nets and genetic algorithms*. Wien: Springer, 2001, pp. 473–476 (Eds: V. Kurkova, N.C. Steele, R. Neruda, M. Karny).
- Rusov V.D., Glushkov A.V., Vaschenko V.N. *Astrophysical model of global climate of the earth*. Kyiv: Naukova Dumka, 2003. 212 p. (In Russian).
- Rusov V.D., Glushkov A.V., Vaschenko V.N., Myhalus O.T., Bondartchuk Yu.A. et al. Galactic cosmic rays – clouds effect and bifurcation model of the earth global climate. Part 1. Theory. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. The Netherlands: Elsevier, 2010, vol.72, pp.498–508.
- Rusov V.D. Pavlovich V.N., Ilic R., Jacimovic R., Bondartchuk J.A.

- et al. *Ukraïnskii antarktychnyi zhurnal - Ukrainian Antarctic Journal*, 2006, no. 4-5, pp. 137-159 (In Russian).
14. Glushkov A.V., Loboda N.S., Khokhlov V.N. Neural networks & multi-fractal modelling the frustrated aquifer systems. "Underground" hydrology and global Earth angular momentum disbalance resources. *Water resources in Asia Pacific Region*. Kyoto (Japan), 2003, pp.1355-1358.
  15. Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Tsenenko I.A. Atmospheric teleconnection patterns and eddy kinetic energy content: wavelet analysis. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 2004, vol.11, no.3, pp.285-293.
  16. Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Bunyakova Yu.Ya., Bykowszczenko N. Modelling air pollution field structure in the industrial city's atmosphere: Correlation integral method and fractal dimension. *Geophysical Research Abstracts (Abstr. of the European Geosciences Union General Assembly 2006)*. Vienna (Austria), 2006, vol. 8, pp.00806.
  17. Khokhlov V.N., Glushkov A.V., Loboda N.S., Bunyakova Yu.Ya. Short-range forecast of atmospheric pollutants using non-linear prediction method. *Atmospheric Environment*. The Netherlands: Elsevier, 2008, vol.42, pp. 7284-7292.
  18. Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Loboda N.S., Bunyakova Yu.Ya. Modeling greenhouse gas concentration fields using chaos theory. *18 th. Intern. Symp. Transport and Air Pollution. May 18 - 19, 2010*. Dubendorf (Switzerland), pp.06.
  19. Bunakova Yu.Ya., Glushkov A.V., Khokhlov V.N. The structure of the field of air pollution industrial city: stochasticity and effects of chaos. *Meteorologiya, klimatologiya, gidrologiya - Meteorology, climatology, hydrology*, 2005, vol. 49. pp. 347- 352 (In Russian).
  20. Glushkov A.V., Serga E.N., Bunakova Y.Y. Chaos in a time series concentrations of pollutants in the atmosphere (Odesa). *Visn. Odes. derz. ekol. univ. - Bulletin of Odessa state environmental university*, 2009, iss. 8, pp. 233-238 (In Russian).
  21. Gottwald G.A., Melbourne I. Testing for chaos in deterministic systems with noise. *Physica D.*, 2005, vol. 212, pp. 100-110.
  22. Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., Shaw R.S. Geometry from a time series. *Phys. Rev. Lett.*, 1980, vol. 45, pp. 712-716.
  23. Pesin Ya.B. Characteristic Lyapunov exponents and smooth ergodic theory. *Uspehi matematicheskikh nauk - Advances of Mathematical Sciences*, 1977, vol. 32, pp. 55-112 (In Russian).

## НОВЫЕ ГЕОГРАФО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВРЕДНЫХ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ

Ю.Я. Бунякова, канд. геогр. н.

*Одесский государственный экологический университет,  
ул. Львовская, 15, 65016, Одесса, Украина, [yubunyak@mail.ru](mailto:yubunyak@mail.ru)*

В задачах моделирования процессов распространения вредных примесей в атмосфере промышленных городов и прогнозирования эволюционной динамики сделано качественное обзор новых концептуальных подходов, которые базируются на основе положений теории хаоса, теории динамических систем, фрактальной геометрии, анализе показателей Ляпунова и других. Кратко охарактеризованы основные идеи перечисленных подходов с акцентом на анализ временных рядов концентраций вредных веществ в атмосфере, а также представлен анализ, который показывает, что хаотический режим временной эволюции характеристик детерминированных динамических систем, в частности, прикладных экологических систем, является, по сути, нелинейным явлением, которое в принципе не возможно описать на основе классически линейных регулярно-динамических моделей.

**Ключевые слова:** динамическая система, нелинейный анализ, фазовое пространство, теория хаоса, задачи моделирования процессов распространения вредных примесей в атмосфере

## NEW GEOGRAPHY-MATHEMATIC APPROACHES IN THE TASKS OF DESIGN OF DISTRIBUTION OF HARMFUL ADMIXTURES IN AN ATMOSPHERE

Bunyakova Yu.Ya, Cand. Sci. (Geogr.)

*Odessa State Environmental University,  
15, Lvivska St., 65016 Odessa, Ukraine, [yubunyak@mail.ru](mailto:yubunyak@mail.ru)*

It is presented a qualitative overview of the new conceptual approaches, which are based on the provisions of the chaos theory, dynamical systems theory, fractal geometry, analysis of Lyapunov exponents, and others, to problems of modeling the propagation of pollution impurities in the atmosphere of industrial cities and predicting the evolutionary dynamics. We summarize the main ideas of these approaches with emphasis on the analysis of time series of concentrations of pollution impurities in the atmosphere, as well as an analysis that shows that the chaotic regime of the time evolution of the characteristics of deterministic dynamical systems, in particular, the application of ecological systems is, in fact, a non-linear phenomenon which in principle can not be described on the basis of the classical linear regular-dynamic models.

**Keywords:** dynamical system, nonlinear analysis, phase space, chaos theory, the problem of modeling the propagation of pollution impurities in the atmosphere

*Дата першого подання: 05.09.2015*

*Дата надходження остаточної версії: 15.10.2015*

*Дата публікації статті: 26.11.2015*